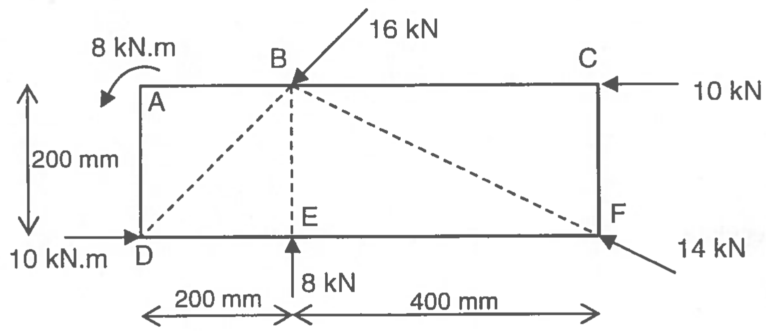
Mecânica 1
Mestrado Integrado em Engenharia Civil
1º Semestre – 27 de Janeiro de 2020 (2º Exame/1º Teste)

Desligue o telemóvel
Sem consulta, excepto do formulário fornecido
Identifique todas as folhas com o número e nome
Entregue cada problema em folhas separadas
Justifique adequadamente todas as respostas
Duração: 1h30m

**Problema 1** (7,0)

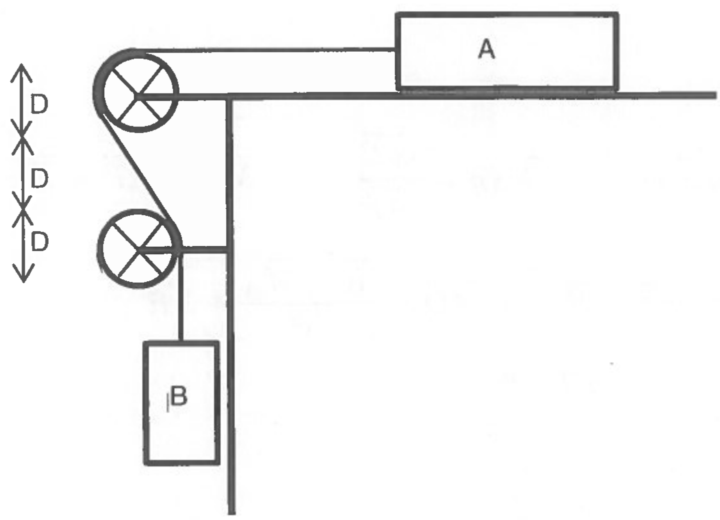
Considere o seguinte sistema de forças

a) Classifique o sistema de forças. Justifique a resposta sem fazer cálculos (1,0)
b) Calcule a resultante do sistema de forças (2,0)
c) Indique a direcção do eixo central e calcule o ponto onde este intersecta a recta que contém a aresta ABC (4,0)



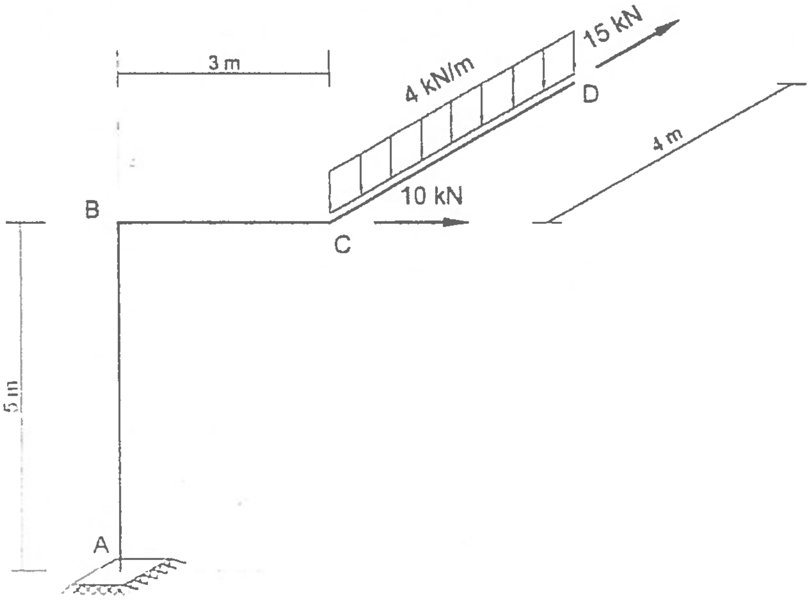

**Problema 2** (6,0)

O corpo A, que pesa 100 N, pode deslizar num plano horizontal com atrito. Um cabo, que passa em duas roldanas fixas com atrito, liga os corpos A e B. A distância entre as roldanas é igual ao diâmetro de ambas. Sabendo que os coeficientes de atrito de correia e entre superfícies planas é $\mu_e$=0,3, calcule o peso mínimo do corpo B para provocar o deslizamento do corpo A



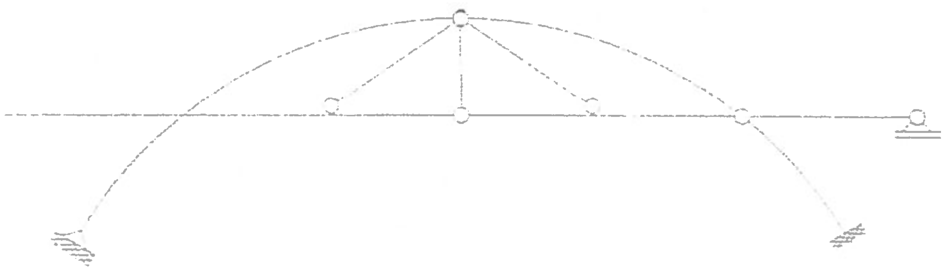
**Problema 3** (5,0)

Calcule as reacções de apoio da estrutura indicada na figura




**Problema 4** (2,0)

Calcule a estatia interior, exterior e global da estrutura seguinte



Formulário:

$$\overrightarrow{F}_{AB} = F_{AB}\overrightarrow{\lambda}_{AB} \qquad \overrightarrow{\lambda}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \qquad \overrightarrow{M}_A = \overrightarrow{AP} \times \overrightarrow{F} \qquad M_{AB} = \overrightarrow{\lambda}_{AB} \cdot \overrightarrow{M}_A$$

$$\overrightarrow{M}_B = \overrightarrow{M}_A + \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{R} \qquad \overrightarrow{AQ} = \frac{\overrightarrow{R} \times \overrightarrow{M}_A}{R^2} + \lambda\overrightarrow{R}$$

$$F_a \leq \mu_e N \qquad T_2 = T_1\, e^{\mu_e \beta}$$

TÉCNICO LISBOA

Mecânica 1
Mestrado Integrado em Engenharia Civil
1º Semestre – 27 de Janeiro de 2020 (2º Exame/2º Teste)

Desligue o telemóvel
Sem consulta, excepto do formulário fornecido
Identifique todas as folhas com o número e nome
Entregue cada problema em folhas separadas
Justifique adequadamente todas as respostas
Duração: 1h30m

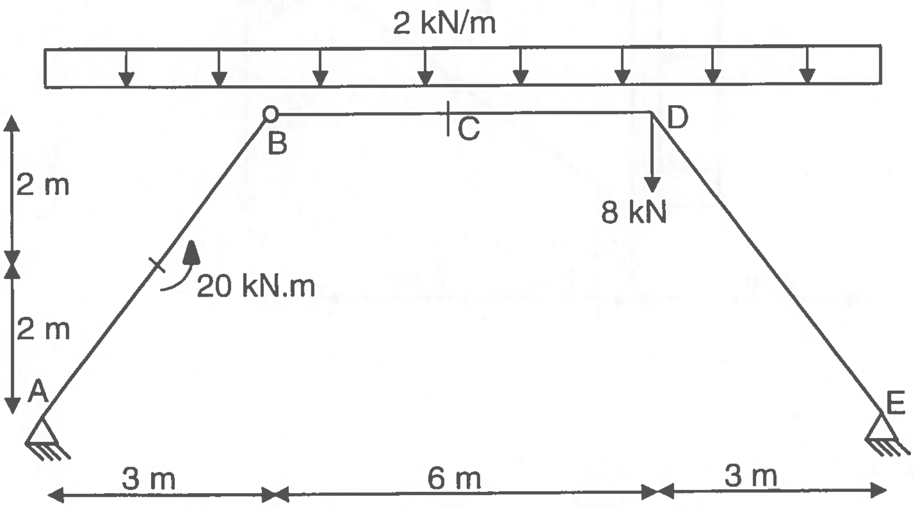
5

**Problema** ~~1~~ (12,0)

a) Calcule as reacções de apoio (3,0)

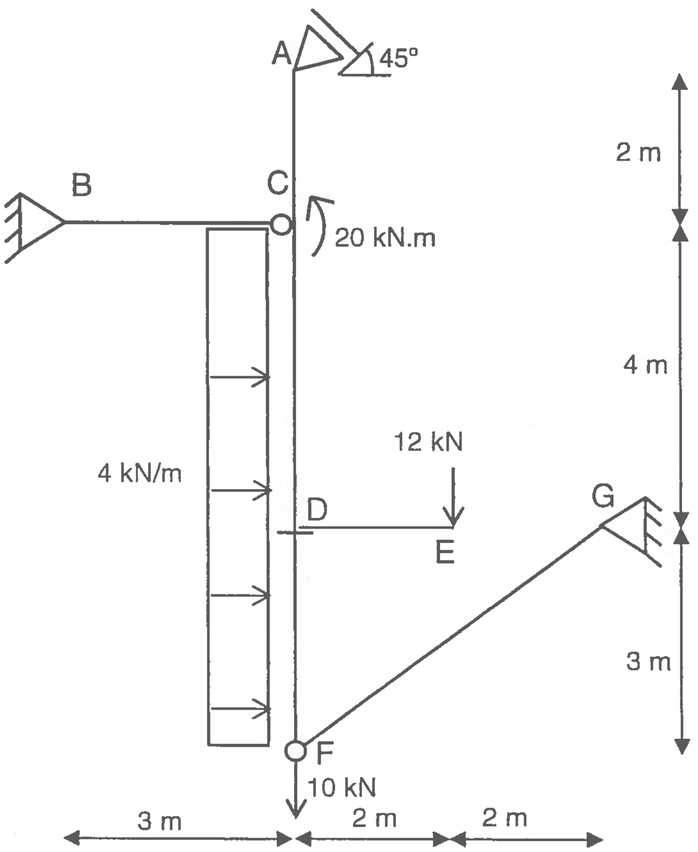
b) Trace os diagramas de corpo livre das barras da estrutura da figura (AB, BCD e DE), apresentando todas as forças nas direcções paralela e perpendicular ao eixo das respectivas barras (7,0)

c) Calcule o momento na secção C (2,0)



**Problema ~~7~~ 6 (8,0)**

Utilizando o PTV calcule o momento na secção C e o esforço axial na secção da barra ACDF imediatamente abaixo do ponto D (secção indicada na figura) (8,0)




## Formulário:

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB}\vec{\lambda}_{AB} \qquad \vec{\lambda}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} \qquad \vec{M}_A = \vec{AP}\times\vec{F} \qquad M_{AB} = \vec{\lambda}_{AB}\cdot\vec{M}_A$$

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A - \vec{BA}\times\vec{R} \qquad \vec{AQ} = \frac{\vec{R}\times\vec{M}_A}{R^2} + \lambda\vec{R}$$

$$F_a \leq \mu_e N \qquad T_2 = T_1\, e^{\mu_e \beta}$$

$$\vec{\delta r}_B = \vec{\delta r}_A + \vec{\delta\theta}\times\vec{AB}$$

1º Probl

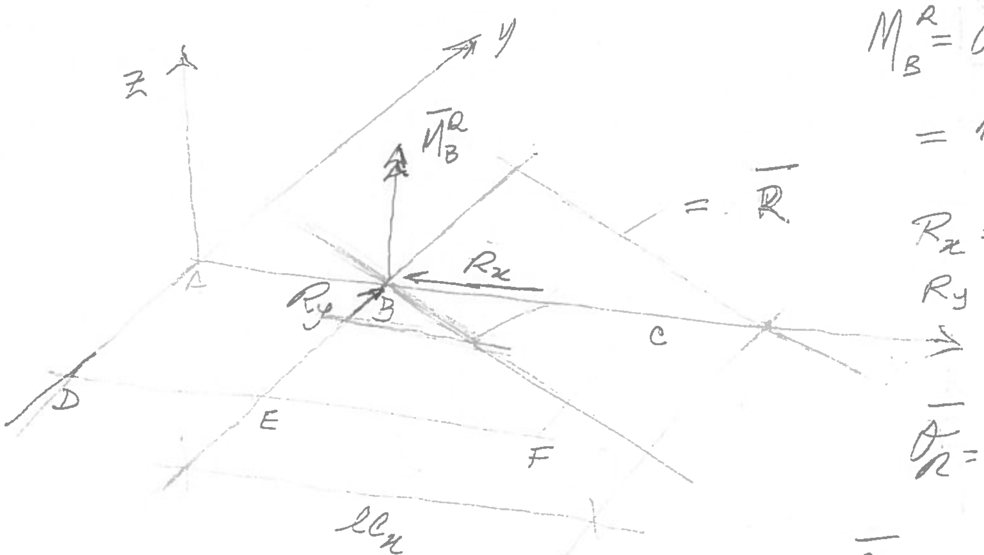
a) SISTEMA FORÇAS EQUIVALENTE A VECTOR ÚNICO $(\bar{R} \neq 0 \; ; \; \bar{R}.\bar{M} = 0)$

b) RESULTANTE

$$\bar{R} = \left(10 - 10 - 16 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 14 \times \frac{4}{\sqrt{20}}\right) \bar{e}_x + \left(8 - 16 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 14 \times \frac{2}{\sqrt{20}}\right) \bar{e}_y$$

$$= -23.84 \, \bar{e}_x + 2.95 \, \bar{e}_y \quad (kN)$$

c) DIRECÇÃO DO EIXO CENTRAL + PONTO DA RECTA QUE CONTÉM A




$$\bar{M}_B^R = 0 \, \bar{e}_x + 0 \, \bar{e}_y + (8 + 10 \times 0.2)$$

$$= 10 \, \bar{e}_z \quad (kN \, m)$$

$R_x = -23.84 \; kN$

$R_y = 2.95 \; kN$

$\Rightarrow |\bar{R}| = 24$

$(R^2 = 58$

$$\bar{O}_R = \frac{-23.84}{24.12} \bar{e}_x + \frac{2.95}{24.12} \bar{e}_y$$

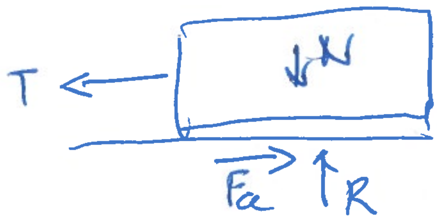
$$\bar{O}_R = -0.99 \, \bar{e}_x + 0.12 \, \bar{e}_y$$

Obs: O MOMENTO É NULO NO EIXO CENTRAL DE UM SISTEMA DE FORÇAS EQUIVALENTE A VECTOR ÚNICO.

$$e c_x = \frac{10}{2.95} = 3.39 \; m$$

# Problema 2

## Corpo A

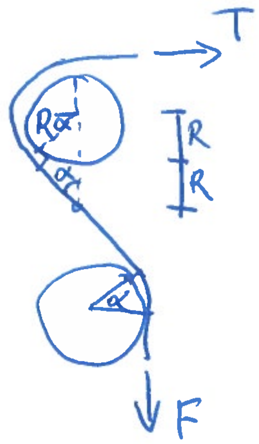



$\sum F_V = 0 \quad R - N = 0 \quad R = N = 100$

10 $F_a = \mu R = 0.3 \times 100 = 30$

$-T + F_a = 0 \qquad T = F_a = 30$

## Roldanas




$\alpha = \text{arc sen}\, \frac{R}{2R} = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

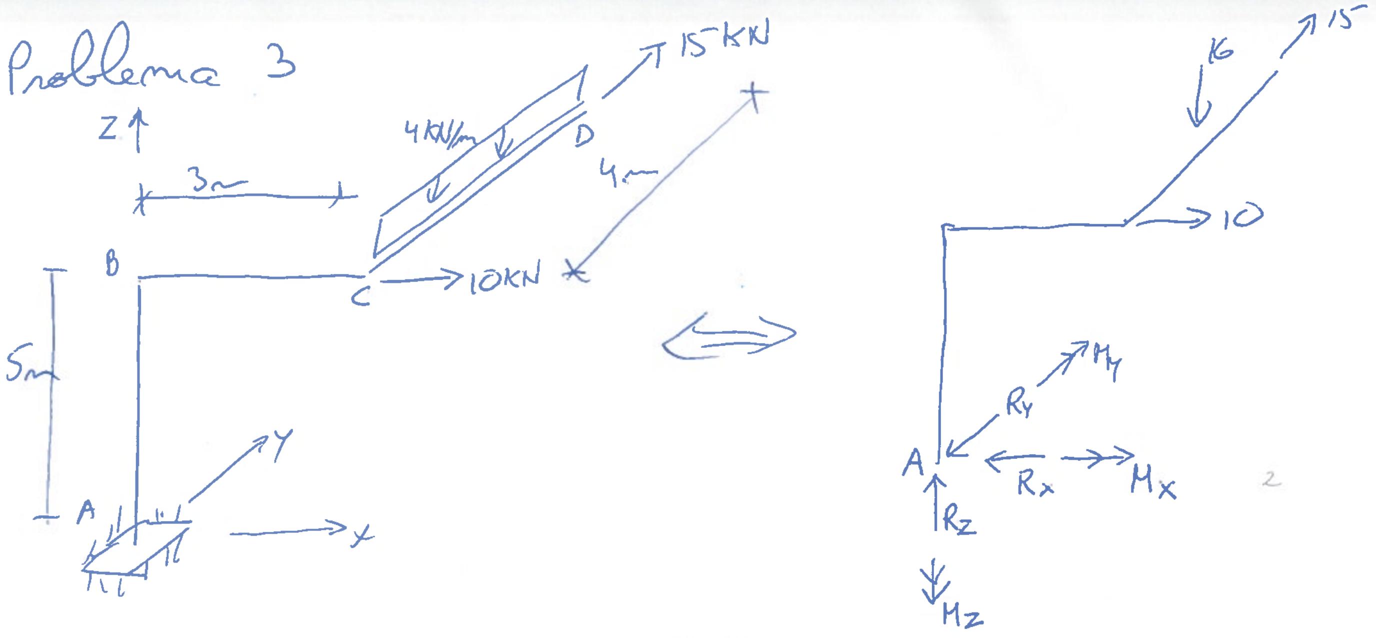
30

$\theta = 90 + 2 \times 30^\circ$
$= 150 = \frac{5}{6}\pi$

$F = T e^{\mu\theta}$

20 $= 30\, e^{0.3 \times \frac{5}{6}\pi} = 30 \times e^{0,25\pi} = 65,8\ \text{N}$

# Problema 3




5 $\sum F_x = 0 \qquad -R_x + 10 = 0 \qquad R_x = 10\text{ KN}$

5 $\sum F_y = 0 \qquad -R_y + 15 = 0 \qquad R_y = 15\text{ KN}$

5 $\sum F_z = 0 \qquad R_z - 16 = 0 \qquad R_z = 16\text{ KN}$

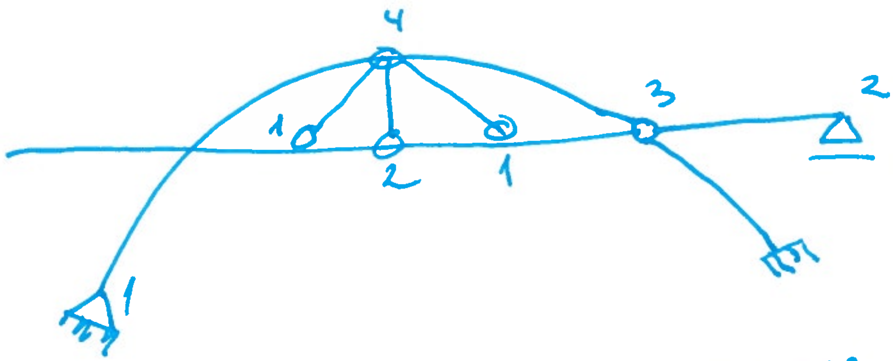
11 $\sum M_x = 0 \qquad M_x - 16 \times 2 - 15 \times 5 = 0 \qquad M_x = 107\text{ KN.m}$

11 $\sum M_y = 0 \qquad M_y - 10 \times 5 - 16 \times 3 = 0 \qquad M_y = 98\text{ KN.m}$

11 $\sum M_z = 0 \qquad -M_z + 15 \times 3 = 0 \qquad M_z = 45\text{ KN.m}$

Como todos os resultados são positivos os sentidos arbitrados estavam correctos

# Problema 4




2 ligações adicionadas $1+1+2+4+1+3+2=14$
Dando estas ligações à estrutura, fica assim

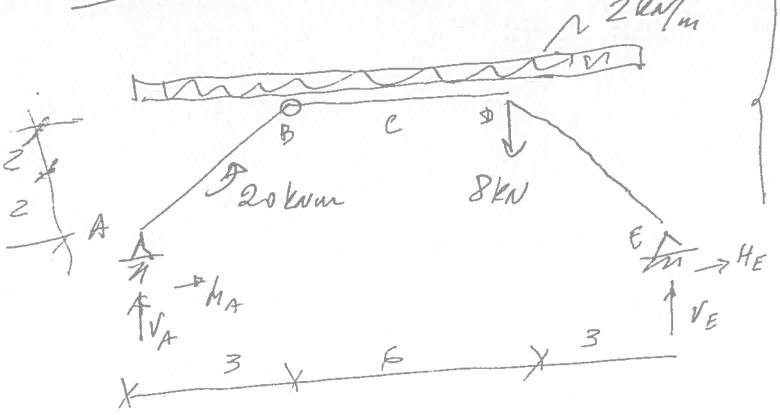
6 ~~Dan~~ Fazendo 6 cortes ficamos com 3 áreas isostáticas

Estatia global $6\times 3-14=4$ x hiperestática

4 Estatia exterior $2+3+1-3=3$ x hiperestática

3 Estatia interior $4-3=1$ x hiperestática

5 Proble a) Reacções




$$\sum F_V = V_A + V_E - 2\times 12 - 8 = 0 \rightarrow V_A = \frac{47}{3}\ \text{kN} = 15{,}667$$

$$\sum F_H = H_A + H_E = 0$$

$$\sum M^A = V_E \times 12 + 20 - 8\times 9 - 2\times 12\times 6 = 0 \rightarrow V_E = \frac{49}{3} = 16.333$$

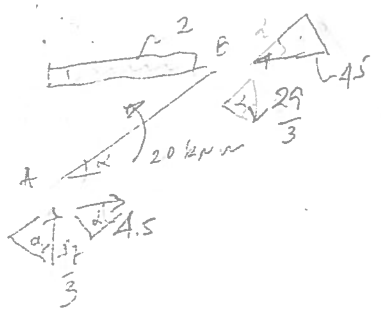
$$\sum M^B_{esq} = \frac{49}{3}\times 9 + H_E \times 4 - 8\times 6 - 2\times 9\times 4.5 = 0$$

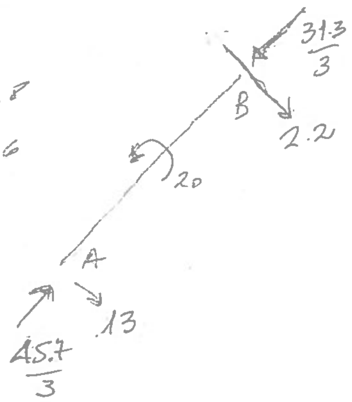
$$H_E = 4{,}5\ \text{kN} \rightarrow \quad H_A = 4.5\ \text{kN}\ (\leftarrow)$$

b) DCL

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$



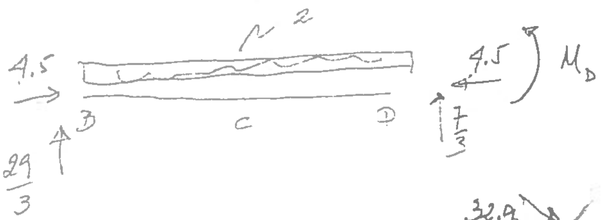


$$N_A = \frac{47}{3}\times 0.8 + 4{,}5\times 0.6 = \frac{45.7}{3}\ \text{kN} = 15.23\ \text{kN}$$

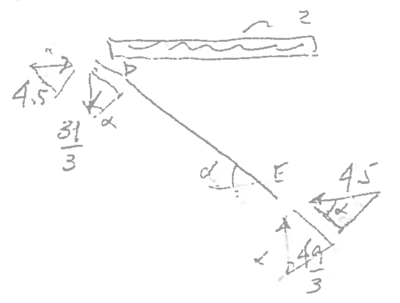
$$V_A = \frac{47}{3}\times 0.6 - 4{,}5\times 0.8 = 5.8$$

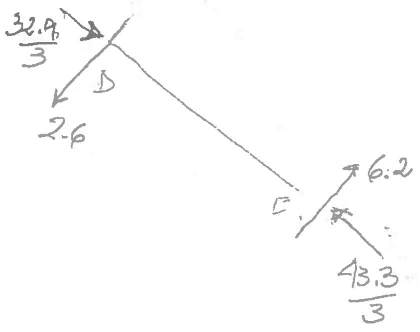
$$N_B = \frac{29}{3}\times 0.8 + 4.5\times 0.6 = \frac{31.3}{3} = 10.4$$

$$V_B = \frac{29}{3}\times 0.6 - 4{,}5\times 0.8 = 2.2\text{k}$$



$$M_D = \frac{29}{3}\times 6 - 2\times 6\times 3 = 22\ \text{kNm}$$





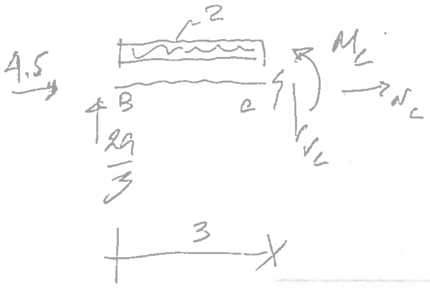
$$N_E = \frac{49}{3}\times 0.8 + 4{,}5\times 0.6 = \frac{47.3}{3} = 15.77\text{k}$$

$$V_E = \frac{49}{3}\times 0.6 - 4{,}5\times 0.8 = 6.2\ \text{kN}$$

$$N_D = \frac{31}{3}\times 0.8 + 4{,}5\times 0.6 = \frac{32.9}{3} = 10.97\text{k}$$

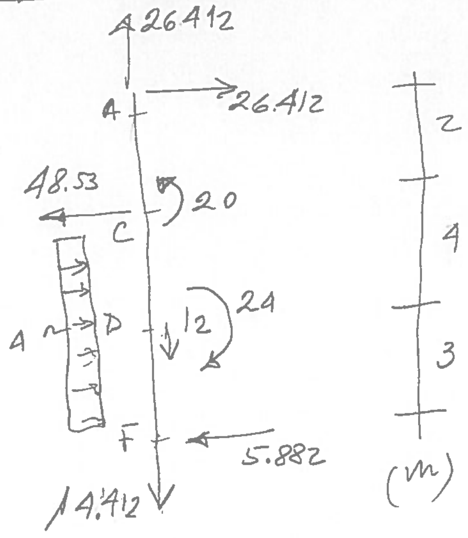
$$V_D = \frac{31}{3}\times 0.6 - 4{,}5\times 0.8 = 2.6\ \text{kN}$$

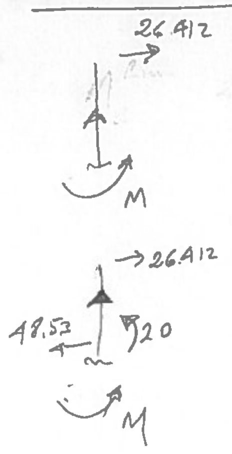
c) Momento em C



$$M_C = \frac{29}{3}\times 3 - 2\times 3\times 1.5 = 20\ \text{kNm}$$

Probl. 6    i) Esforços Equilíbrio      Momento em C



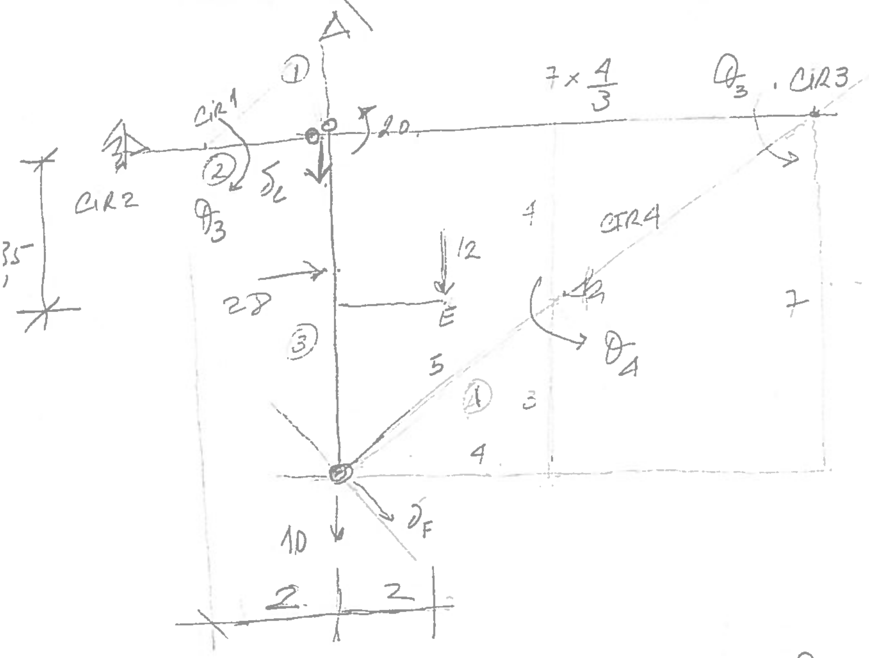

$M_C^{cima} = -52,824$ kNm

$M_C^{baixo} = -32.824$ kNm

Esforço Normal em $D^{baixo}$     $N = 26.412 - 12 = 14,412$ kN

ii) Esforço PTV

Momento em $C^{cima}$




Cinemática

- $\delta_C = \theta_1 \times 2 = \theta_3 \times 7 \times \frac{4}{3}$
- $\delta_F = \theta_3 \times 7 \times \frac{5}{3}$

$\delta_F^V = \theta_3 \times 7 \times \frac{4}{3}$

$\delta_F^H = \theta_3 \times 7$

$$\delta W = -M_C \times \theta_1 - M_C \theta_3 + 20\theta_3 + 12 \times \left(7 \times \frac{4}{3} - 2\right)\theta_3 + 10 \times 7 \times \frac{4}{3}\theta_3$$

$$+ 28 \times 3.5\,\theta_3 = 0$$

$$M_C\left(7 \times \frac{2}{3} + 1\right) = 20 + 12 \times \left(7 \times \frac{4}{3} - 2\right) + 10 \times 7 \times \frac{4}{3} + 28 \times 3.5$$

$$M_C^{cima} = 52.824 \text{ kNm}$$

• MOMENTO EM $C^{baixo}$

$$\delta W = -M_c\theta_1 - M_c\theta_2 - 20\theta_1 + 12\left(\frac{7\times4}{3}-2\right)\theta_3 + 10\times\frac{7\times4}{3}\theta_3$$

$$+ 28\times3.5\,\theta_3 = 0$$

$$M_c\left(7\times\frac{2}{3}+1\right) = -20\times7\times\frac{2}{3} + 12\times\left(7\times\frac{4}{3}-2\right) - 10\times7\times\frac{4}{3} + 28\times3{,}5 =$$

$$M_c^{baixo} = 32.824 \text{ kNm}$$

• ESFORÇO AXIAL EM $D^{baixo}$

CINEMÁTICA

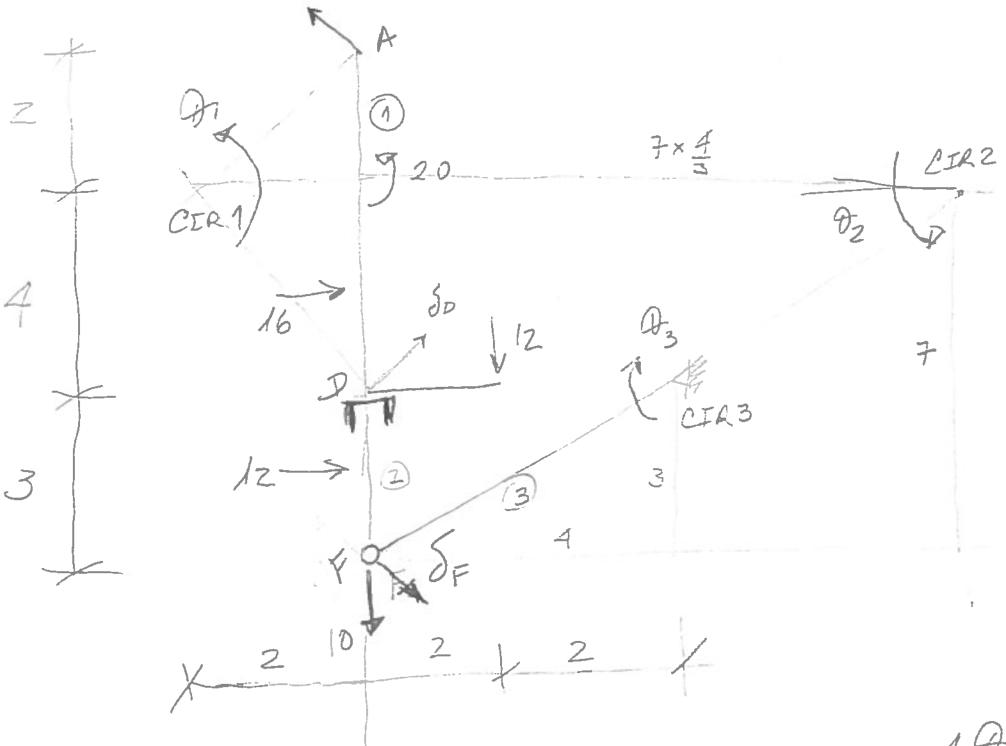
$\delta_D^H = \theta_1\times4 = \theta_2\times4$

c/ $\theta_1 = \theta_2$

$\delta_D^V = \theta_1\times2$

$\delta_F^V = \theta_1\times\frac{7\times4}{3}$

$\delta_F^H = \theta_1\times7$




$$\delta W = -N\times\delta_D^V - N\times\delta_F^V + 20\times\theta_1 - 12\times4\theta_1 + 16\times2\theta_1 + 12\times5{,}5\theta_1$$

$$+ 10\times\frac{7\times4}{3}\theta_1 = 0$$

$$N\left(2+\frac{7\times4}{3}\right) = -20+48-32-66-70\times\frac{4}{3} = \frac{-70}{3}$$

$$N = -14.412 \text{ kN}$$